ΜΕΡΟΣ V

ΕΙΔΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ

Κεφάλαιο 17

Διαχείριση Κινδύνων και Επιχειρηματικές Αποφάσεις σε Χρηματοπιστωτικά Ιδρύματα

Συγγραφέας:

Δημήτρης Α. Γεωργούτσος, *Αναπληρωτής Καθηγητής*

Π Ε Ρ Ι Ε Χ Ο Μ Ε Ν Α

17.1 Σκοπός του Θέματος 325

17.2 Εκτίμηση Κινδύνων Αγοράς (market risk) 326
17.2.1 Εκτίμηση Κινδύνου Αγοράς Μεμονωμένης Θέσης 326
17.2.2 Εκτίμηση Κινδύνου Αγοράς (market risk) Χαρτοφυλακίου 327
17.2.2.1 Ανάλυση κινδύνου χαρτοφυλακίου 329
17.2.2.2 Απλοποίηση της διαδικασίας υπολογισμού του VaR σε σύνθετα χαρτοφυλάκια 330
17.2.3 Υπολογισμός του Κινδύνου σε Χαρτοφυλάκιο Τίτλων Σταθερής Απόδοσης 332
17.2.3.1 Υπολογισμός για μεμονωμένη θέση σε τίτλο σταθερής απόδοσης 332
17.2.3.2 Υπολογισμός του κινδύνου στη περίπτωση χαρτοφυλακίων ομολόγων 333
17.2.3.3 Εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού του VaR του χαρτοφυλακίου 334
17.2.3.4 Υπολογισμός του κινδύνου σε χρηματοοικονομικά παράγωγα 334
17.2.3.5 Πλεονεκτήματα / μειονεκτήματα από τη παραμετρική εκτίμηση του VaR (βάσει της υπόθεσης για κανονική κατανομή των αποδόσεων) 336
17.2.3.6 Εναλλακτικοί τρόποι υπολογισμού του VaR 336

17.3 Έλεγχος της Αξιοπιστίας των Υποδειγμάτων Εκτίμησης του Κινδύνου 338

17.4 Ποια Είναι η Χρήση των Συστημάτων Εκτίμησης του Κινδύνου Αγοράς; 338

17.5 Η Βασική Δομή του Τυποποιημένου Υποδείγματος Υπολογισμού της Κεφαλαιακής Επάρκειας για Κινδύνους Αγοράς (market risks) 340

17.6 Παραρτήματα 342

17.7 Οδηγός Βιβλιογραφίας 342
17.7.1 Βιβλία 343
17.7.2 Δομή του Μαθήματος & Βιβλιογραφία 343

17.8 Προβλήματα Πολλαπλών Επιλογών 345

17.1 Σκοπός του Θέματος

Η απελευθέρωση των κεφαλαιαγορών την τελευταία εικοσαετία δημιούργησε μια τεράστια αύξηση της διακύμανσης των τιμών που διαμορφώνονται σε αυτές, όπως οι συναλλαγματικές ισοτιμίες, τα επιτόκια και οι τιμές των μετοχών. Σαν συνέπεια αυτής της εξέλιξης οι κίνδυνοι για πραγματοποίηση ζημίας εξ αιτίας αρνητικής εξέλιξης των τιμών έχουν αυξηθεί επίσης. Δεν είναι τυχαίο άλλωστε ότι ο αριθμός πτωχεύσεων, διεθνώς, επενδυτικών εταιριών αλλά και πιστωτικών ιδρυμάτων είναι μεγαλύτερος από οποιαδήποτε άλλη περίοδο της πρόσφατης ιστορίας. Η διαχείριση κινδύνων, σαν κλάδος της χρηματοοικονομικής, ασχολείται με τη μέτρηση του κινδύνου ενός χαρτοφυλακίου, και πιο συγκεκριμένα του εμπορικού χαρτοφυλακίου μίας τράπεζας ή επενδυτικής εταιρίας γενικότερα. Το εμπορικό χαρτοφυλάκιο αποτελείται από όλες τις θέσεις που θεωρούνται ότι αποκτήθηκαν με σκοπό τη ρευστοποίηση τους, σε σύντομο χρονικό διάστημα, σε τιμή υψηλότερη από εκείνη της απόκτηση τους. Αυτό έρχεται σε αντιπαράθεση με το επενδυτικό χαρτοφυλάκιο όπου οι επενδύσεις θεωρούνται ότι έχουν «μονιμότερο» χαρακτήρα και κατά συνέπεια οι ημερήσιες διακυμάνσεις των τιμών των αξιογράφων δεν επηρεάζουν τη διαχείριση τους.

Η μέτρηση των κινδύνων γίνεται σε όρους αξίας και είναι η απάντηση στο ερώτημα ποια είναι η μεγαλύτερη ζημιά που μπορεί να υποστώ σε συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης. Παραδείγματος χάριν η εκτίμηση ότι η εκτιμώμενη ζημιά είναι 100 εκ. ευρώ σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%, ερμηνεύεται ότι υπάρχει πιθανότητα 5% η εκτίμηση να είναι λάθος και η ζημιά να είναι μεγαλύτερη από τα 100 εκ. Ευρώ. Ο τρόπος αυτός μέτρησης καλείται «Αξία σε Κίνδυνο» (Value at Risk) και το μέγεθος που εκτιμάται έρχεται σε ευθεία αντιπαράθεση με τα ίδια κεφάλαια της επενδυτικής εταιρίας ή τράπεζας. Ο λόγος της εκτιμώμενης «Αξίας σε Κίνδυνο» προς τα, υπό ευρεία έννοια υπολογιζόμενα, ίδια κεφάλαια αποτελεί ένα μέτρο του πόσο ασφαλής είναι η συγκεκριμένη τράπεζα ή εταιρία από δυσμενείς μεταβολές των τιμών. Αυτή ακριβώς η λογική ακολουθείται και από τις συμφωνίες της Βασιλείας (Basle Accords) που υποχρεώνουν, σε μία εκδοχή τους, τα Πιστωτικά ιδρύματα και τις επενδυτικές εταιρίες σε διακράτηση κεφαλαίων που να είναι τουλάχιστον τρεις φορές υψηλότερα από το μέσο όρο της εκτιμώμενης, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99%, ημερήσιας Αξίας σε Κίνδυνο του εμπορικού τους χαρτοφυλακίου των τελευταίων 60 ημερών.

Η χρήση της Αξίας σε Κίνδυνο σχετίζεται με τη δέσμευση κεφαλαίων των μετόχων μιας π.χ. τράπεζας για τη διακράτηση συγκεκριμένης επενδυτικής θέσης. Άρα η αξιολόγηση μιας επένδυσης πρέπει να γίνεται με τη σύγκριση του κέρδους που πραγματοποιεί, ή εκτιμάται ότι θα πραγματοποιήσει, προς την δέσμευση των κεφαλαίων των μετόχων που αυτή συνεπάγεται. Η σπουδαιότητα κατά συνέπεια της Αξίας σε Κίνδυνο επεκτείνεται στην χρήση της για την ενεργητική διαχείριση ενός εμπορικού χαρτοφυλακίου και όχι μόνο για το προσδιορισμό της κεφαλαιακής επάρκειας ενός πιστωτικού ιδρύματος ή επενδυτικής εταιρίας.

Ο σκοπός ανάπτυξης του παρόντος θέματος είναι να παρουσιάσει τη μεθοδολογία εκτίμησης των κινδύνων χαρτοφυλακίων που απορρέουν από μεταβολές των τιμών των χρεογράφων. Το θέμα αφορά όσες επιχειρήσεις διαχειρίζονται χαρτοφυλάκια τίτλων με σκοπό τη μεταπώληση τους με κέρδος (trading portfolios). Δεν αφορά συνεπώς επιχειρήσεις που κατέχουν χαρτοφυλάκια τίτλων που θα διακρατηθούν μέχρι τη λήξη τους (investment portfolios). Η απελευθέρωση των αγορών τη τελευταία δεκαετία που συνοδεύεται από τη μεγάλη μεταβλητότητα των τιμών έχει δώσει κίνητρο στις τράπεζες να κρατούν «ιδιόκτητες» θέσεις (proprietary positions) και όχι απλώς να διαχειρίζονται τις «θέσεις» των πελατών τους. Το αποτέλεσμα αυτής της τάσης είναι να αναπτυχθούν θεαματικά - τόσο ποσοτικά όσο και ποιοτικά - τα αντίστοιχα τμήματα των τραπεζών (Dealing rooms), η κερδοφορία των οποίων σε συγκεκριμένες περιόδους υπερκαλύπτει τα κέρδη από τις «παραδοσιακές» εργασίες. Η παραπάνω εξέλιξη δεν

αφορά μόνο τα πιστωτικά ιδρύματα αλλά και όλες τις επιχειρήσεις - εμπορικές, βιομηχανικές, κ.λπ. - που διαχειρίζονται μεγάλα χρηματικά διαθέσιμα. Η διαχείριση αυτών των διαθεσίμων, μέσω επενδύσεων σε βραχυπρόθεσμους τίτλους έτσι ώστε να εκμεταλλευτούν τις διακυμάνσεις των τιμών τους, έχει αποκτήσει βαρύνουσα σημασία που σε συγκεκριμένες χρονικές περιόδους έχει υπερκαλύψει τη σημασία των παραδοσιακών πηγών κερδοφορίας αυτών των επιχειρήσεων (π.χ. ελληνικό χρηματιστήριο 1999-2001). Οι παραπάνω εξελίξεις έχουν αναδείξει τη σημασία της ορθής εκτίμησης των κινδύνων που αναλαμβάνονται από αυτές τις επενδύσεις. Επιπλέον, οι σύγχρονες απόψεις για τον έλεγχο και εποπτεία (regulation) του χρηματοπιστωτικού χώρου έχουν δημιουργήσει ένα νομοθετικό πλαίσιο που υποχρεώνει τράπεζες και Εταιρίες παροχής επενδυτικών Υπηρεσιών (ΕΠΕΥ) στη παρακράτηση ιδίων κεφαλαίων που να αντιστοιχούν στο ύψος των αναλαμβανόμενων κινδύνων από μεταβολές των τιμών των χρεογράφων (market risk). Οι κανονισμοί αυτοί έχουν υιοθετηθεί από το σύνολο των ανεπτυγμένων οικονομικά χωρών και είναι γνωστοί σαν οι «συμφωνίες της Βασιλείας (Basle Accords). Περαιτέρω οι κανονισμοί αυτοί έχουν υιοθετηθεί, σχεδόν αυτούσιοι, από τη Ευρωπαϊκή Επιτροπή σε σειρά οδηγιών (directives) και αποτελούν τμήμα του εσωτερικού δικαίου της Ελλάδας (Π.Δ.Τ.Ε. 2397/96 & Νόμος 2396/96).

17.2 **Εκτίμηση Κινδύνων Αγοράς** (market risk)

17.2.1 Εκτίμηση Κινδύνου Αγοράς Μεμονωμένης Θέσης

Το πρόβλημα της ανάπτυξης μίας μεθοδολογίας στην εκτίμηση του κινδύνου αγοράς φαίνεται ίσως απλό με τη έννοια ότι διάφορα μέτρα της μεταβλητότητας της τιμής π.χ. μίας μετοχής, όπως για παράδειγμα η τυπική απόκλιση τετραγώνου ή ο συντελεστής μεταβλητότητας (coefficient of variation) εξυπηρετούν το παραπάνω σκοπό. Το μειονέκτημα όλων αυτών των μέτρων είναι ότι ο κίνδυνος εκφράζεται σαν ποσοστό, π.χ. η διακύμανση της τιμής της μετοχής σε ημερήσια βάση είναι 1,2%, και όχι σαν αξία, δηλαδή σαν εκτιμώμενη ζημιά από τη «θέση» (position) που έχουμε αποκτήσει σε συγκεκριμένο χρεόγραφο. Η έκφραση της εκτιμώμενης ζημιάς σε όρους αξίας είναι ευκολότερα κατανοητή από μεγάλο τμήμα τόσο των μετόχων όσο και της διοίκησης (management) διότι σχετίζεται άμεσα με τη βιωσιμότητα της επιχείρησης, στο βαθμό που η εκτιμώμενη ζημιά μπορεί να υπερβεί τη καθαρή θέση της επιχείρησης. Το μέτρο που εκφράζει τη ζημιά σε όρους αξίας καλείται Αξία σε κίνδυνο (Value-at-Risk, *VaR*).

Το *VaR* υπολογίζει τη μεγαλύτερη ζημιά, σε όρους αξίας, που μπορεί να υποστούμε σε δεδομένο επίπεδο σημαντικότητας (π.χ. 95%). Μπορεί να υπολογιστεί είτε παραμετρικά, δηλαδή με την υπόθεση ότι οι αποδόσεις ακολουθούν μία στατιστική κατανομή ή μη παραμετρικά, π.χ. βάσει της κατανομής συχνοτήτων των «ιστορικών» αποδόσεων.

Το *VaR* αν υποθέσουμε ότι η απόδοση ενός περιουσιακού στοιχείου ακολουθεί τη κανονική κατανομή δίνεται από τη παρακάτω σχέση:

$$VaR = W_0(1+E(R)) - W_0(1+(E(R)-a\,s)) = W_0 a\,s$$

Στη παραπάνω σχέση η ζημιά μετράται σαν απόκλιση από το αναμενόμενο ύψος της *περιουσίας* $W_0(1+E(R))$ *στο* τέλος της περιόδου που αναφέρεται η απόδοση. W_0 δείχνει την αξία της περιουσίας στη αρχή της περιόδου (t_0) και $E(R)$ δείχνει την αναμενόμενη απόδοση. Η παράμετρος σ δείχνει την τυπική απόκλιση τετραγώνου της

απόδοσης. Ο συντελεστής α προσδιορίζει τη τιμή της απόδοσης που σχετίζεται με σωρευτική (cumulative) πιθανότητα 5% μέχρι το σημείο αυτό και κάτω από την υπόθεση ότι η απόδοση ακολουθεί τη κανονική κατανομή. Η τιμή του συντελεστή *α* προκύπτει από τους πίνακες της κανονικής κατανομής.

Παράδειγμα: έστω ότι η αξία ενός χρεογράφου σήμερα είναι 100 ευρώ, η ημερήσια τυπική απόκλιση των αποδόσεων του 2% και ότι οι αποδόσεις ακολουθούν τη κανονική κατανομή. Ποια είναι η εκτίμηση της μέγιστης ζημιάς που μπορεί να υποστούμε για την αυριανή ημέρα με περιθώριο σφάλματος της εκτίμησης 5%;

Απάντηση: *VaR = 100 (1.65) 0.02 = 3.3 ευρώ.*

Στη περίπτωση που θέλουμε να εκτιμήσουμε τη ζημιά σε σχέση με το σημερινό ύψος της αξίας του χρεογράφου, W_0, τότε έχουμε:

$$VaR = W_0 - W_0(1 + (E(R) - a\,s\,)) = W_0(a\,s\, - E(R))$$

Αν και η ζημιά είναι αρνητικό μέγεθος την παρουσιάζουμε σε απόλυτες τιμές δηλαδή, στη 1η περίπτωση, $VaR = W_0 \alpha\sigma$ και στη 2η περίπτωση $VaR = W_0(\alpha\sigma - E(R))$.
Πρέπει επίσης να σημειωθεί ότι η εκτίμηση του κινδύνου γίνεται κατά κανόνα σε ημερήσια βάση όπου είναι λογικό να αναμένουμε ότι $E(R)=0$. Κατά συνέπεια οι 2 παραπάνω τύποι συμπίπτουν.

17.2.2 Εκτίμηση Κινδύνου Αγοράς (market risk) Χαρτοφυλακίου

Η απόδοση του χαρτοφυλακίου που αποτελείται από *n* χρεόγραφα είναι:

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i R_i$$

με αναμενόμενη τιμή:

$$E(R_p) = \sum_{i=1}^{n} w_i E(R_i)$$

και κίνδυνο (διακύμανση):

$$s_p^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i^2\, s_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=1,\, j>i}^{n} w_i w_j s_i s_j$$

Κάνουμε χρήση του θεωρήματος της στατιστικής βάσει του οποίου το άθροισμα μεταβλητών που ακολουθούν τη κανονική κατανομή, ακολουθεί και αυτό την ίδια κατανομή. Συνεπώς:

$$R_p \sim N(E(R_p), \sigma^2_p)$$

Σαν αποτέλεσμα ο κίνδυνος χαρτοφυλακίου *(VaR)* θα υπολογίζεται με τους ίδιους τύπους όπως για μία μεμονωμένη θέση:

$$VaR_p = a\,s_p W_0$$

όπου W_0 είναι η αξία του χαρτοφυλακίου το χρόνο t_0, δηλαδή

$W_0 = \sum_{i=1}^{n} c_i$, και χ_i δείχνει την αξία επένδυσης στο χρεόγραφο i.

Τα παραπάνω αποτελέσματα μπορούν να απεικονιστούν και σε μορφή διανυσμάτων οπότε έχουμε:

$$VaR_p = a\,(w'\Sigma w)^{1/2} W_0$$

δεδομένου ότι:

$$s_p^2 = w'\Sigma w = (w_1, w_2, \ldots\ldots w_n)\begin{pmatrix} s_1^2 & s_{12} & \ldots & s_{1n} \\ s_{21} & s_2^2 & \ldots & s_{2n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ s_{n1} & \ldots & \ldots & s_n^2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \ldots \\ w_n \end{pmatrix}$$

Αναγνωρίζοντας το γεγονός ότι w_i είναι το ποσοστό επένδυσης στο χρεόγραφο i και ότι $\chi_i = w_i W_0$, έχουμε τη παρακάτω ισοδύναμη σχέση του VaR:

$$VaR = a\,(w' W_0 \Sigma w W_0)^{1/2} = a\,(c'\Sigma c)^{1/2}, \quad \text{όπου } c' = (c_1, c_2, \ldots. c_n). \qquad (1)$$

Παράδειγμα 1:

Έστω επιχείρηση έχει χαρτοφυλάκιο που αποτελείται από μια επένδυση Α τρέχουσας αξίας 300000 ευρώ και μία επένδυση Β τρέχουσας αξίας 700000 ευρώ. Γνωρίζουμε ότι η τυπική απόκλιση τετραγώνου της απόδοσης, σε ετήσια βάση 250 ημερών, των επενδύσεων Α και Β είναι 38.40 και 23.24 αντίστοιχα. Επίσης γνωρίζουμε ότι η συν-διακύμανση ανάμεσα στις «αποδόσεις» των 2 επενδύσεων ισούται με 738.78. Να υπολογισθεί ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου σε ημερήσια βάση στο διάστημα εμπιστοσύνης 95% αν υποτεθεί ότι οι αποδόσεις ακολουθούν την κανονική κατανομή.

Απάντηση:

Ο κίνδυνος υπολογίζεται με απλή αντικατάσταση στους παραπάνω τύπους, δηλαδή:

$$VaR = a\,(w' W_0 \Sigma w W_0)^{1/2} = a\,(c'\Sigma c)^{1/2} =$$

$$1.65\left((0.3, 0.7)\begin{pmatrix} 38.4^2 & 738.78 \\ 738.78 & 23.24 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.7 \end{pmatrix}\right)^{1/2} c\,1000000 = 1.65x1000000c\,(26.20/\sqrt{250})$$

$$= 27760$$

Άρα σε σύνολο αξίας χαρτοφυλακίου 1 εκ. η επιχείρηση διατρέχει το κίνδυνο να απολέσει 27.760 € με πιθανότητα 5% να είναι, η ζημιά, ακόμη μεγαλύτερη.

17.2.2.1 *Ανάλυση κινδύνου χαρτοφυλακίου*

Μεταβολή του VaR από οριακή μεταβολή της «θέσης» που έχουμε σε συγκεκριμένο χρεόγραφο (marginal VaR) και υπολογισμός της συνεισφορά της κάθε θέσης του χαρτοφυλακίου στο συνολικό του κίνδυνο (component VaR);

Θέλουμε να υπολογίσουμε:

$$M\arg inal \quad VaR_p = \partial(VaR_p)/\partial c_i = aW_0(\partial s_p/\partial c_i) = aW_0(\partial s_p/\partial(w_i W_0)) = a\partial s_p/\partial w_i \tag{2}$$

όμως:

$$\partial s_p^2/\partial c_i = 2s_p(\partial s_p/\partial w_i)(\partial w_i/\partial c_i) \Rightarrow (\partial s_p/\partial w_i)(\partial w_i/\partial c_i) = \{\partial s_p^2/\partial c_i\}/2s_p$$

Επίσης αποδεικνύεται ότι:

$$\partial s_p^2/\partial w_i = 2w_i s_i^2 + 2\sum_{j=1, j\neq 1}^{n} w_j s_{ij} = 2\operatorname{cov}(R_i, \sum_{j=1}^{n} w_j R_j) = 2\operatorname{cov}(R_i, R_p) \Rightarrow$$

$$\partial s_p/\partial w_i = \{\operatorname{cov}(R_i, R_p)/s_p\} \tag{3}$$

Αντικαθιστούμε τη (3) στη (2)και έχουμε ότι:

$$M\arg inalVaR = MVaR = a\{\operatorname{cov}(R_i, R_p)/s_p\} \tag{4}$$

Η παραπάνω σχέση μπορεί ισοδύναμα να εκφραστεί μέσω της εκτίμησης με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων του συντελεστή β από τη παρακάτω εξίσωση

$R_i = a_i + b_i R_p + e_i$, όπου ως γνωστόν δίνεται από τη σχέση:

$$b_i = \operatorname{cov}(R_i, R_p)/s_p^2$$

Αντικαθιστούμε στη (4) και έχουμε ότι:

$$MVaR_i = ab_i s_p W_0/W_0 = b_i VaR_p/W_0 \tag{5}$$

Όσον αφορά τώρα την εκτίμηση της συμμετοχής της κάθε θέσης στο συνολικό κίνδυνο **(Component *VaR*, *CvaR*)** ισχύουν τα παρακάτω:

Η διακύμανση σ^2_p γράφεται ισοδύναμα ως εξής:

$$s_p^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i^2 s_i^2 + 2\sum_{i=1}^{n-1}\sum_{j=1, j>i}^{n} w_i w_j s_i s_j = w_1 \operatorname{cov}(R_1, R_p) + w_2 \operatorname{cov}(R_2, R_p) + \ldots$$
$$w_n \operatorname{cov}(R_n, R_p) = w_1 b_1 s_p^2 + w_2 b_2 s_p^2 + \ldots.. + w_n b_n s_p^2 = s_p^2\{w_1 b_1 + w_2 b_2 + \ldots..w_n b_n\}$$

Από τη παραπάνω σχέση προκύπτει ότι:

$\{w_1 b_1 + w_2 b_2 + ...w_n b_n\} = 1$. Κάνοντας χρήση αυτού του αποτελέσματος εύκολα συνεπάγεται ότι η συμβολή κάθε «θέσης» στο συνολικό κίνδυνο θα ισούται με:

$$CVaR_i = w_i b_i VaR_p \qquad (6)$$

Εναλλακτικά το ***CvaR*** μπορεί να εκφρασθεί:

$$CVaR = (c_i b_i VaR_p)/W_0 = MVaR_i c_i \qquad (7)$$

Παράδειγμα 2: (συνέχεια του παραδείγματος 1)

Ποια είναι η συνεισφορά στο κίνδυνο χαρτοφυλακίου από μια αύξηση της «θέσης» στην επένδυση Α κατά 10.000 €. Επίσης να υπολογισθεί η συνεισφορά της κάθε επένδυσης στο συνολικό κίνδυνο.

Απάντηση:

Για να υπολογισθεί το $MVaR$ πρέπει πρώτα να υπολογισθεί ο συντελεστής β της «θέσης» στην επένδυση A. Είναι γνωστό ότι:

$$b_A = \frac{\mathrm{cov}(R_i, R_p)}{s_p^2} = \frac{(w_1 s_1^2 + w_2 s_{12}}{s_p^2} = \frac{(0.3x1474.56 + 0.7c\,738.78)}{707.56} = 1.35$$

Το παραπάνω αποτέλεσμα αντικαθίσταται στη σχέση (5) και έχουμε:

$$MVaR_A = b_A VaR_p / W_0 = 1.35x27760/1000000 = 0.037$$

Άρα για μεταβολή 10.000 € το $MVaR$ θα ισούται με (10.000 € $\times$ 0.037)= 370 €.

Για να υπολογισθεί η συνεισφορά της κάθε «θέσης» στο συνολικό κίνδυνο χρησιμοποιείται ο τύπος (7) όποτε έχουμε:

$$CVaR_A = MVaR_A c_A = 0.037x(300000) = 11100$$

$$CVaR_B = MVaR_B c_B = 0.023x(700000) = 16100$$

Το άθροισμα, 27.200, υπολείπεται του υπολογισθέντος κινδύνου 27.760 € λόγω σφαλμάτων στρογγυλοποίησης.

17.2.2.2 *Απλοποίηση της διαδικασίας υπολογισμού του VaR σε σύνθετα χαρτοφυλάκια*

Το πρόβλημα με τη μέθοδο που έχουμε παρουσιάσει εστιάζεται στο μεγάλο πλήθος πληροφοριών που απαιτούνται για το πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων Σ στο τύπο (1). Για παράδειγμα αποδεικνύεται εύκολα ότι για *n* χρεόγραφα απαιτούνται *(nx(n+1)) / 2* εκτιμήσεις διακυμάνσεων / συνδιακυμάνσεων. Ένας τρόπος να μειωθεί το κόστος εκτίμησης είναι να χρησιμοποιηθούν παραγοντικά υποδείγματα (factor models).

Η διαδικασία εύρεσης κοινών πηγών κινδύνου για τις θέσεις του χαρτοφυλακίου λέγεται **αντιστοίχηση (*mapping*).**

Έστω ότι το παρακάτω στατιστικό υπόδειγμα:

$$R_i = a_i + b_i R_m + e_i, \qquad \forall i, \quad \mathrm{cov}(e_i, e_j) = 0, i \neq j \tag{8}$$

Η απόδοση τότε του χαρτοφυλακίου θα είναι:

$$R_p = \sum_{i=1}^{n} w_i a_i + R_m (\sum_{i=1}^{n} w_i b_i) + \sum_{i=1}^{n} w_i e_i = a_p + b_p R_m + e_p \Rightarrow$$

$$s^2(R_p) = b_p^2 s_m^2 + \sum_{i=1}^{n} w_i^2 s^2(e_i) \tag{9}$$

Για το υπολογισμό τώρα της διακύμανσης του χαρτοφυλακίου απαιτούνται *n* παρατηρήσεις για τους συντελεστές β, *n* παρατηρήσεις για τις διακυμάνσεις των ειδικών σφαλμάτων $\sigma^2(\varepsilon_i)$ και μία παρατήρηση για την διακύμανση, σ^2_m του κοινού προσδιοριστικού παράγοντα των αποδόσεων. Συνολικά λοιπόν απαιτούνται *2n+1* παρατηρήσεις, δηλαδή κατά πολύ λιγότερες από ότι απαιτούνται βάσει του τύπου (1).

Παράδειγμα 3: (συνέχεια του παραδείγματος 1)

Έστω ότι για τις επενδύσεις A και B ισχύουν τα παρακάτω μονο-παραγοντικά υποδείγματα:

$$R_A = 0.5 + 1.5 R_M + e_A,$$
$$R_B = 0.7 + 0.8 R_M + e_{B,}.$$

Επίσης γνωρίζουμε ότι η τυπική απόκλιση τετραγώνου των αποδόσεων, σε ετήσια βάση 250 ημερών, του κοινού παράγοντα είναι 24.30, και ότι η συνδιακύμανση των τυχαίων σφαλμάτων ισούται με μηδέν. Να υπολογισθεί η Αξία σε κίνδυνο σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95%.

Απάντηση:

Γνωρίζουμε ότι: $VaR_p = 1.65 x s\,(R_p) x 1000000$ €.

Όμως: $R_p = 0.30 x R_A + 0.70 R_B = 0.64 + (1.01) R_M + 0.30 x e_A + 0.70 x e_B$.

Επίσης από το τύπο (9) έχουμε:

$$s^2(R_p) = (1.01)^2 (24.30/\sqrt{250})^2 + 0.30^2 (s\,(e_A)/\sqrt{250})^2 + 0.70^2 (s\,(e_B)/\sqrt{250})^2,$$

όπου:

$$s^2(e_A) = s^2(R_A) - 1.5^2 s^2(R_M) = 146.5$$

$$s^2(e_B) = s^2(R_B) - 0.8^2 s^2(R_M) = 162$$

Αντικαθιστώντας στο τύπο για την Αξία σε κίνδυνο προκύπτει ότι αυτή ισούται με 27.390 €.

17.2.3 Υπολογισμός του Κινδύνου σε Χαρτοφυλάκιο Τίτλων Σταθερής Απόδοσης

17.2.3.1 *Υπολογισμός για μεμονωμένη θέση σε τίτλο σταθερής απόδοσης*

Στο πρόβλημα που έχουμε αντιμετωπίσει ως τώρα υπάρχει **γραμμική** σχέση ανάμεσα στη μεταβολή της αξίας της «θέσης» και στις μεταβολές της απόδοσης της θέσης αυτής. Υπάρχουν όμως περιπτώσεις που η σχέση αυτή δεν είναι γραμμική. Οι 2 εξέχουσες περιπτώσεις που συμβαίνει αυτό είναι «θέσεις» σε τίτλους σταθερής απόδοσης και στα δικαιώματα (options). Εδώ θα εστιάσουμε τη προσοχή μας στην εκτίμηση του *VaR* για τη περίπτωση των τίτλων σταθερής απόδοσης.

Έστω ομόλογο του οποίου η τρέχουσα τιμή, P, δίνεται από τη σχέση:

$P = \frac{C_1}{1+r} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + ... + \frac{C_n}{(1+r)^n}$, όπου $C_1, C_2, \ldots C_n$ εκφράζουν τα cash-flows του ομολόγου. Από τη σχέση αυτή προκύπτει μη γραμμική εξάρτηση της τιμής του ομολόγου από την απόδοση που ζητά η αγορά, r.

Η μεταβολή της τιμής, από το ανάπτυγμα κατά Taylor μέχρι 2ου βαθμού προσέγγιση, υπολογίζεται ως εξής:

$$\Delta P = (\partial P / \partial r)dr + (1/2)(\partial^2 P / \partial r^2)dr^2 \Leftrightarrow$$

$$(\Delta P/P) = (1/P)(\partial P / \partial r)dr + (1/2P)(\partial^2 P / \partial r^2)dr^2 \qquad (10)$$

Από το αποτέλεσμα αυτό προκύπτει ότι η τιμή του ομολόγου εξαρτάται μη γραμμικά από το προεξοφλητικό επιτόκιο. Χρησιμοποιείται δε η παρακάτω ορολογία:

$$ModifiedDuration = (\Delta P / P)(1/dr) = (1/P)\{(-1)C_1(1+r)^{-2} + (-2)C_2(1+r)^{-3}$$

$$+ .....(-n)(1+r)^{-(n+1)}\}$$

$$Convexity(kurtótha) = (1/P)\{(-1)(-2)C_1(1+r)^{-3} + ... + (-n)(-(n+1))C_n^{-(n+2)} \qquad (11)$$

Από τους παραπάνω τύπους προκύπτει ότι ο 1ος όρος της σχέσης (10) είναι πάντα αρνητικός ενώ ο 2ος όρος είναι θετικός. Άρα αν εκφράσουμε το κίνδυνο ζημιάς από το ομόλογο μόνο σαν συνάρτηση του 1ου όρου (*duration)* τότε κάνουμε υπερεκτίμηση του κινδύνου. Το μέγεθος της εσφαλμένης αυτής εκτίμησης θα είναι συνάρτηση της διακύμανσης των επιτοκίων. Αν αυτή είναι μικρή τότε η διακύμανση του (*dr)* θα είναι ακόμη μικρότερη και συνεπώς η εκτίμηση που βασίζεται μόνο στο 1ο (γραμμικό) όρο, και που είναι συνάρτηση του δείκτη *modified duration,* δεν θα εμπεριέχει σημαντικό σφάλμα.

Το VaR του ομολόγου θα εκτιμάται λοιπόν από το τύπο:

$$VaR_p = a\, s_p W_0 = a\,(MD)\, s\,(dr) P \qquad (12)$$

δεδομένου ότι:

$W_0 = P$, &

$$s^2(\Delta P / P) = ((1/P)(\partial P / \partial r))^2 s^2(dr) = MD^2 s^2(dr)$$

Παράδειγμα 4:

Να υπολογιστεί, με χρονικό ορίζοντα τη μια ημέρα και επίπεδο σημαντικότητας 95%, το VaR 2ετους ομολόγου με τρέχουσα αξία 98.2, ονομαστικού επιτοκίου 5% και yield to maturity 6%. Γνωρίζουμε ότι το δείκτης διάρκειας του ομολόγου είναι 1.95 και ότι η τυπική απόκλιση τετραγώνου της ημερήσιας μεταβολής των αποδόσεων zero coupon ομολόγων ενός και δύο ετών είναι 30 (0,30%) και 20 (0,20%) μονάδες βάσης αντίστοιχα.

Απάντηση:

Με τη μέθοδο της γραμμικής παρεμβολής υπολογίζουμε το δείκτη διάρκειας για 1.95 έτη, που ισούται με: (0.0030 + (1.95-1) (0.0020-0.0030)) = 0.00205. Άρα το $VaR = (1.65)(2.7)(0.0020)(105) = 0.610$, δηλαδή αν η τρέχουσα αξία είναι 98.200 ευρώ η μέγιστη ζημιά, με πιθανότητα σφάλματος 5%, εκτιμάται σε 610 ευρώ.

17.2.3.2 Υπολογισμός του κινδύνου στη περίπτωση χαρτοφυλακίων ομολόγων

Βήμα 1°) Υπολογίζουμε το yield to maturity του ομολόγου από το τύπο:

$$P_p = \frac{C^*_1}{1+r} + \frac{C^*_2}{(1+r)^2} + \ldots\ldots + \frac{C^*_n}{(1+r)^n}$$, όπου C^* δείχνει τα cash-flows του ομολόγου,

P_p εκφράζει τη τρέχουσα αξία του χαρτοφυλακίου και r είναι το επιτόκιο που εξισώνει τη παρούσα αξία των χρηματοροών με την τρέχουσα αξία των ομολόγων.

Βήμα 2°) Χρησιμοποιώ το τύπο (12) για να υπολογίσω το *modified duration* του χαρτοφυλακίου χρησιμοποιώντας το επιτόκιο που υπολογίστηκε στο βήμα 1.

Βήμα 3°) αντιστοιχίζω το χαρτοφυλάκιο μου με ισόποσης τρέχουσας αξίας zero-coupon ομόλογα που λήγουν σε διάστημα ίσο με το *duration* που υπολόγισα στο *βήμα 2*. Χρησιμοποιώ στο τύπο (12) τη τυπική απόκλιση τετραγώνου των αποδόσεων αυτών των zero-coupon ομολόγων (αν δεν υπάρχουν zero-coupons αντίστοιχης διάρκειας χρησιμοποιώ γραμμική παρεμβολή).

Παράδειγμα 5:

Έστω χαρτοφυλάκιο απαρτιζόμενο από 2 ομόλογα. Το πρώτο είναι 5ετούς διάρκειας με ονομαστική αξία ίση με τη τρέχουσα *(at par)* και ονομαστικό επιτόκιο 6%. Το άλλο πωλείται επίσης *at par* έχει αξία $ 100 εκ., ονομαστικό επιτόκιο 4% και λήγει σε ένα

έτος. Έχει υπολογισθεί ο δείκτης *duration* του χαρτοφυλακίου σε 2.7 χρόνια και είναι γνωστό ότι η τυπική απόκλιση τετραγώνου των αποδόσεων zero coupons διετούς και τριετούς διάρκειας είναι 0,299% και 0,30% αντίστοιχα. Ποιο είναι το VaR του χαρτοφυλακίου σε επίπεδο 95%;

Απάντηση:

Βρίσκουμε τη τυπική απόκλιση της απόδοσης που αντιστοιχεί σε 2.7 χρόνια. Δηλαδή έχουμε:

0.00299+(2.7-2)(0.0030-0.00299)=0.00299

$$VaR_p = a\,s\,{}_pW_0 = a\,(MD)s\,(dr)P = (1.65)2.7(0.00299)(\$200) = \$2.66$$

Συνεπώς η μεγαλύτερη ζημιά που μπορεί να υποστούμε ανέρχεται σε $2.660.000 σε ύψος χαρτοφυλακίου $200.000.000.

17.2.3.3 *Εναλλακτικός τρόπος υπολογισμού του VaR του χαρτοφυλακίου*

Στο παραπάνω παράδειγμα ο υπολογισμός είναι προσεγγιστικός δεδομένου ότι ταυτίζουμε το χαρτοφυλάκιο μας με άλλο (αποτελούμενο από zero coupons) ίσης τρέχουσας αξίας που έχει το ίδιο δείκτη duration. Θα μπορούσαμε εναλλακτικά να αντιστοιχήσουμε τα επιμέρους cash-flows του χαρτοφυλακίου με zero-coupons που λήγουν τη ίδια χρονική στιγμή με τα cash-flows. Στο παραπάνω παράδειγμα θα μπορούσαμε εναλλακτικά να ακολουθήσουμε τα παρακάτω βήματα:

Βήμα 1°) Βρίσκουμε την παρούσα αξία των επιμέρους χρηματοροών, δηλαδή:

Έτος	1ο	2ο	3ο	4ο	5ο
Cash-flows	104+6	6	6	6	106

Βήμα 2°) Για κάθε διάρκεια βρίσκω από τη βάση δεδομένων το πίνακα διακυμάνσεων-συνδιακυμάνσεων των αποδόσεων των zero-coupons που αντιστοιχούν στις παραπάνω διάρκειες.

Βήμα 3°) Χρησιμοποιώ το τύπο (1) όπου το διάνυσμα χ απαρτίζεται από τις παρούσες αξίες των χρηματοροών του βήματος 1.

17.2.3.4 *Υπολογισμός του κινδύνου σε χρηματοοικονομικά παράγωγα*

Τα χρηματοοικονομικά παράγωγα αντλούν την αξία τους από την υποκείμενη του παραγώγου αξία. Κατά συνέπεια για να υπολογισθεί ο κίνδυνος ενός παραγώγου θα πρέπει να το αντιστοιχήσουμε στους παράγοντες προσδιορισμού της αξίας του. Θα εξετάσουμε 2 περιπτώσεις, ένα προθεσμιακό συμβόλαιο συναλλάγματος (*FX Forward)* και μια προθεσμιακή συμφωνία (Forward Rate Agreement, *FRA).*

Περίπτωση 1η) *FX Forward*

Είναι γνωστό ότι η προθεσμιακή τιμή της ισοτιμίας π.χ. USD ανά ευρώ δίνεται από τη σχέση:

$F = Se^{(r_\$ - r_€)t}$ όπου $r_\$$ και $r_€$ είναι τα επιτόκια δολαρίου και ευρώ, F και S η προθεσμιακή και τρέχουσα ισοτιμία αντίστοιχα.

Ο κίνδυνος εδώ θεωρείται σαν κάθε μεταβολή της προθεσμιακής ισοτιμίας έτσι ώστε αν διευθετούσαμε το συμβόλαιο σήμερα θα δημιουργούσε ζημιές. Για παράδειγμα έστω ότι έχουμε συμφωνήσει να αγοράσουμε προθεσμιακά, π.χ. σε ένα μήνα, 100.000 ευρώ στη τιμή K=1.10 USD/euro. Έστω ότι μερικές ημέρες η προθεσμιακή ισοτιμία ενός αντίστοιχου συμβολαίου διαμορφώνεται σε F = 1.05 USD/euro. Αυτή η εξέλιξη συνεπάγεται ότι τώρα το ευρώ έχει γίνει φτηνότερο, ως προς το δολάριο, σε σχέση με τη τιμή που εμείς έχουμε συμφωνήσει. Άρα η ζημιά μας στη λήξη υπολογίζεται σε 0.05 USD/euro.

Η προθεσμιακή τιμή μπορεί να μεταβληθεί σαν αποτέλεσμα της μεταβολής της τρέχουσας ισοτιμίας ή των επιτοκίων. Άρα αν συμβολίσουμε με K τιμή που έχουμε συμφωνήσει ενώ F συμβολίζει τη προθεσμιακή τιμή ενός αντίστοιχου συμβολαίου σήμερα τότε η ζημιά (ή το κέρδος) θα ισούνται με:

$$f = (F - K)e^{-r_\$ t} = (Se^{(r_\$ - r_€)t} - K)e^{-r_\$ t} = Se^{-r_€ t} - Ke^{-r_\$ t} \qquad (13)$$

Συνεπώς η μεταβολή της αξίας του συμβολαίου θα δίνεται από τη σχέση:

$$\begin{aligned} \partial f &= (\partial f / \partial S)dS + (\partial f / \partial r_€)dr_€ + (\partial f / \partial r_\$)dr_\$ \\ &= S(e^{-r_€ t})(dS / S) - tSe^{-r_€ t}dr_€ + tKe^{-r_\$ t}dr_\$ \end{aligned} \qquad (14)$$

Άρα καταλήξαμε ότι οι 3 πηγές κινδύνου για το προθεσμιακό συμβόλαιο είναι *(dS/S)*, dr_e, $dr_\$$ και συνεπώς το *VaR* **ανά 1 ευρώ** δίνεται από τη σχέση (1) όπου το διάνυσμα

$$c = \{Se^{-r_€ t}, (-1)Se^{-r_€ t}t, tKe^{-r_\$ t}\}.$$

Οι πληροφορίες που χρειαζόμαστε για τον υπολογισμό αναφέρονται στη τυπική απόκλιση τετραγώνου της ποσοστιαίας μεταβολής της τρέχουσας ισοτιμίας, καθώς και στις τυπικές αποκλίσεις των μεταβολών των 2 επιτοκίων.

Περίπτωση 2η) *Forward Rate Agreements (FRAs)*

Στο συμβόλαιο αυτό 'κλειδώνουμε' το επιτόκιο μελλοντικού δανεισμού ή κατάθεσης. Το προθεσμιακό επιτόκιο, r_f , εξάγεται από τη σχέση:

$$(1 + r_s(ts/365))(1 + r_f(tf/365)) = (1 + r_l)(tl/365)) \qquad (15)$$

όπου r_l, r_s, r_f, είναι τα επιτόκια της «μακράς», «βραχείας» και προθεσμιακής περιόδου αντίστοιχα ενώ ισχύει ότι $t_s + t_f = t_l$.

Η ζημιά σε αυτό το συμβόλαιο μπορεί να ερμηνευτεί εξής: έστω ότι έχουμε συμφωνήσει στο επιτόκιο 6% προθεσμιακού δανείου 6μηνης διάρκειας που θα συναφθεί 3 μήνες

από σήμερα. Έστω ότι μετά από μερικές ημέρες το επιτόκιο αντίστοιχου προθεσμιακού συμβολαίου διαμορφώνεται σε 5%. Συνεπώς στη λήξη του προθεσμιακού συμβολαίου, δηλ. 9 μήνες από σήμερα, έχω μια απώλεια, αν το συμβόλαιο αποτιμούνταν σε τρέχουσες αξίες (market values), ίση με { (6%-5%) $\times$ ύψος } του δανείου. Το προθεσμιακό επιτόκιο μεταβάλλεται λόγω μεταβολής του βραχυχρόνιου, r_s, ή του μακροχρόνιου επιτοκίου, r_l. *Αν αυξηθούν τα βραχυχρόνια επιτόκια τότε το προθεσμιακό επιτόκιο πρέπει να μειωθεί και αντίστοιχα αν μειωθούν τα μακροχρόνια επιτόκια τότε το προθεσμιακό επιτόκιο πρέπει να μειωθεί επίσης. Άρα η ζημιά από ένα συμβόλαιο FRA για μελλοντικό δανεισμό ισοδυναμεί με κατάθεση στη «βραχεία» περίοδο και ισόποσο δάνειο για τη «μακρά» περίοδο.*

Άρα για να υπολογιστεί το VaR χρησιμοποιώ τη σχέση (1) όπου τώρα ο πίνακας διακυμάνσεων/συνδιακυμάνσεων αναφέρεται στη στα βραχυχρόνια (3μηνα στο παράδειγμά μας) και μακροχρόνια (6μηνα στο παράδειγμα μας) επιτόκια ενώ:

$\chi = (- PV(\delta\alpha\nu\varepsilon\acute{\iota}o\upsilon), PV(daneiou))$, δηλαδή αποτελείται από την προεξοφλημένη σήμερα αξία του δανείου που θα λάβει χώρα 3 μήνες από σήμερα.

17.2.3.5 *Πλεονεκτήματα / μειονεκτήματα από τη παραμετρική εκτίμηση του VaR (βάσει της υπόθεσης για κανονική κατανομή των αποδόσεων)*

Το βασικό πλεονέκτημα της παραμετρικής μεθόδου που αναλύθηκε στις ενότητες (Α1-Α7) είναι ότι από τη στιγμή που έχουμε εκτιμήσεις για τους συντελεστές ευαισθησίας των «θέσεων» μας στο χαρτοφυλάκιο από τις πηγές κινδύνου (δηλαδή έχουμε εκτιμήσει τους συντελεστές *βήτα* των μετοχών ή τους δείκτες *duration* των ομολόγων κ.λπ.) είναι εύκολο να υπολογισθεί παραμετρικά το VaR του χαρτοφυλακίου βάσει του τύπου (1). Η μέθοδος αυτή ονομάζεται παραμετρική ή περισσότερο συγκεκριμένα *delta-normal* προσέγγιση.

Η βασική υπόθεση που χρησιμοποιείται για να εξαχθεί ο τύπος (1) είναι εκείνη της κανονικής κατανομής των αποδόσεων. Όμως γνωρίζουμε ότι η κατανομή των αποδόσεων που προκύπτει από στοιχεία υψηλής συχνότητας (π.χ. ημερήσια) είναι «**λεπτοκυρτική»** δηλαδή υπάρχει μεγαλύτερη πιθανότητα εμφάνισης ακραίων τιμών από την πιθανότητα που προκύπτει βάσει της κανονικής κατανομής. Κατά συνέπεια η χρήση κανονικής κατανομής οδηγεί σε υποεκτίμηση του κινδύνου. Αυτό το πρόβλημα μπορεί να λυθεί με 2 τρόπους: α) με χρήση άλλης κατανομής των αποδόσεων π.χ. της student που πλησιάζει περισσότερο με τη «λεπτοκυρτική» κατανομή ή β) με τη χρήση εκτιμήσεων διακυμάνσεων / συνδιακυμάνσεων που δεν είναι σταθερές αλλά εξαρτώνται από το χρόνο. Δηλαδή στη 2η περίπτωση αναγνωρίζουμε ότι η διακυμάνσεις των αποδόσεων διαφέρουν μεταξύ ήρεμων και «νευρικών» περιόδων στη αγορά. Η εκτίμηση αυτή των διακυμάνσεων / συνδιακυμάνσεων μπορεί να γίνει με διάφορα στατιστικά υποδείγματα (π.χ. *GARCH).*

Συμπερασματικά το πλεονέκτημα της *delta-normal* προσέγγισης είναι η ταχύτητα υπολογισμών και η δυνατότητα ανάλυσης του κινδύνου αγοράς στο χαρτοφυλάκιο όπως δείξαμε στο τμήμα με το Marginal / component VaR.

17.2.3.6 *Εναλλακτικοί τρόποι υπολογισμού του VaR*

Ο ένας τρόπος είναι με τη χρήση «ιστορικών» προσομοιώσεων (Historical Simulations). Σ'αυτή τη μέθοδο υποθέτουμε ότι το παρελθόν θα αναπαραχθεί στο μέλλον. Άρα με τη χρήση των αποδόσεων που παρατηρήθηκαν σε συγκεκριμένη

περίοδο στο παρελθόν δημιουργούμε μια κατανομή συχνοτήτων του κέρδους / ζημιάς που θα προκύψει στο σημερινό μας χαρτοφυλάκιο.

Έστω π.χ. ότι η τρέχουσα αξία της θέσης μας στη μετοχή Χ είναι 10.000 ευρώ. Επίσης έχουμε μια βάση δεδομένων με τις ημερήσιες αποδόσεις της συγκεκριμένης μετοχής για τα τελευταία π.χ. 2 χρόνια. Άρα γνωρίζουμε σήμερα (15/5/2003) ότι:

15/5/2001	16/5/2001	.....	5/2/2002	6/2/2002	.....	14/5/2003
0,15%	-1,07%	.....	0,82%	1,02%	.....	-0,90%

Με βάση αυτές τις αποδόσεις μπορώ να κατασκευάσω την εμπειρική κατανομή συχνοτήτων για τη τρέχουσα θέση μου στη μετοχή Χ. Από τη κατανομή αυτή μπορώ να υπολογίσω το «χειρότερο» ενδεχόμενο, όσον αφορά την αξία της θέσης μου με χρονικό ορίζοντα τη μία ημέρα, σε επίπεδο σημαντικότητας π.χ. 95%.

Το βασικό πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι δεν βασίζεται σε κάποια υπόθεση για τη κατανομή των αποδόσεων. Το μειονέκτημα της είναι ότι τα αποτελέσματα που δίνει εξαρτώνται από την επιλογή της περιόδου βάσει της οποίας υπολογίζεται η κατανομή δηλαδή , χρησιμοποιώ στοιχεία π.χ. 2, 3 ή 4 ετών; Το άλλο μειονέκτημα της είναι ότι το υπολογιστικό κόστος είναι αυξημένο σε σχέση με τη *delta-normal* προσέγγιση.

Η μέθοδος της ιστορικής προσομοίωσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί για κάθε κατηγορία επένδυσης. Αν έχουμε π.χ. μια θέση σε ομόλογα χρειαζόμαστε τη τρέχουσα αξία του ομολόγου καθώς και το δείκτη ευαισθησίας σε μεταβολές του yield to maturity (δηλαδή το δείκτη του duration). Χρησιμοποιώντας ιστορικά δεδομένα π.χ. της τελευταίας διετίας, για τις ημερήσιες μεταβολές αυτής της απόδοσης μπορούμε να κατασκευάσουμε της κατανομή συχνοτήτων της αξίας της θέσης στο συγκεκριμένο ομόλογο με ορίζοντα την επόμενη ημέρα.

Ένας άλλος τρόπος είναι να χρησιμοποιήσουμε ένα στατιστικό υπόδειγμα δημιουργίας τεχνητών τιμών για τη μετοχή ή τις αποδόσεις (*Monte Carlo Simulations)*. Για παράδειγμα ένα διαδεδομένο υπόδειγμα για τη συμπεριφορά της τιμής μιας μετοχής είναι:

$$\Delta P_t = P_{t-1}(m\Delta t + se\sqrt{\Delta t}) \qquad (16)$$

Στο υπόδειγμα αυτό η προσδοκώμενη τιμή της ποσοστιαίας μεταβολής της τιμής είναι $E(\Delta P/P) = \mu\Delta t$, ενώ η διακύμανση της ισούται με: $\sigma^2(\Delta P/P) = \sigma^2\Delta t$. Αν υποθέσουμε ότι η στοχαστική αυτή διαδικασία υπόκειται σε διαταραχές , ε, που προέρχονται από τυχαίες τιμές μίας π.χ. κανονικής κατανομής, τότε μπορούμε να δημιουργήσουμε μια κατανομή συχνοτήτων αυτής της τιμής P, μετά από συγκεκριμένη περίοδο, σαν αποτέλεσμα μίας σειράς διαταραχών (shocks) στα οποία υποβάλλεται το παραπάνω υπόδειγμα (16).

Το πλεονέκτημα αυτής της μεθόδου είναι ότι μπορούμε να δημιουργήσουμε κατανομές συχνοτήτων για τις «πηγές» κινδύνου που είναι ρεαλιστικές. Το μειονέκτημα είναι ότι διατρέχουμε το κίνδυνο επιλογής λανθασμένου υποδείγματος σχηματισμού των τιμών (*model risk)* και ότι το υπολογιστικό κόστος είναι υψηλό.

17.3 Έλεγχος της Αξιοπιστίας των Υποδειγμάτων Εκτίμησης του Κινδύνου

Τα συστήματα εκτίμησης κινδύνου (*Value at Risk)* που χρησιμοποιούμε κρίνονται ότι είναι ικανοποιητικά αν η πραγματοποιούμενη ζημιά είναι πάντα μικρότερη από εκείνη που προβλέπεται. Βέβαια στη πράξη θα υπάρχουν και περιπτώσεις που η ζημιά θα υπερβαίνει την εκτιμώμενη. Το ερώτημα τότε τίθεται αν αυτός ο αριθμός «αστοχιών» είναι στατιστικά σημαντικός ή όχι.

Για παράδειγμα οι οδηγίες της επιτροπής της Βασιλείας ορίζουν ότι στη περίπτωση εκτίμησης του κινδύνου με ημερήσιο ορίζοντα και σε επίπεδο σημαντικότητας 99%, το σύστημα κρίνεται ικανοποιητικό αν ο αριθμός των αστοχιών δεν υπερβεί τις τέσσερις. Αν υποθέσουμε ότι στο έτος έχουμε 250 εργάσιμες ημέρες τότε ο αριθμός των αστοχιών κατά μέσο όρο θα έπρεπε να ήταν: (100% - 99%) $\times$ 250 = 2.5 αστοχίες. Δεδομένου ότι για κάθε ημέρα υπάρχουν μόνο 2 ενδεχόμενα για τη επόμενη, είτε να ευστοχήσουμε ή να αστοχήσουμε στην εκτίμηση μας. Άρα ο αριθμός των αστοχιών , *n*, ακολουθεί τη διωνυμική κατανομή:

$f(n) = \binom{T}{n} p^n (1-p)^{T-n}$, όπου $p=0.01, T=250.$

Με μέση τιμή $E(n) = Tp=250(0.01)$ και $\sigma^2(n) = p(1-p)T = 0.01(0.99)250 = 2.47.$

Από τα παραπάνω αποδεικνύεται ότι η σωρευτική πιθανότητα να πραγματοποιηθούν πάνω από 4 αστοχίες (δηλ., 5,6,7 κ.λπ.) ισούται με 10,8%. Δηλαδή υπάρχει 10,8% πιθανότητα, στις οδηγίες της επιτροπής της Βασιλείας, να απορριφθεί το σύστημα αν και είναι σωστό. Δηλαδή αν και οι εκτιμήσεις μας έχουν προκύψει με πιθανότητα σφάλματος 1% και περιμένουμε κατά μέσο όρο 2.5 αστοχίες το χρόνο, παρ'όλα αυτά υπάρχει 10,8% πιθανότητα να απορρίψουμε το σύστημα εκτίμησης κινδύνων που χρησιμοποιούμε (σφάλμα τύπου 1 στη επαγωγική στατιστική).

Η επιτροπή της Βασιλείας σε γνώση αυτού του προβλήματος συστήνει σε περιπτώσεις που οι αστοχίες υπερβαίνουν τις 4 αλλά είναι μικρότερες των 10, να επανελέγχεται το σύστημα και να μην απορρίπτεται. Αν η υπέρβαση του ορίου των 4 αστοχιών δεν βασίζεται σε τυχαίους παράγοντες (*bad luck)* τότε είναι στη διακριτική ευχέρεια των εποπτικών αρχών της κάθε χώρας να «επιβάλλουν», υπό μορφή ποινής, στο πιστωτικό ίδρυμα αυξημένο ύψος κεφαλαιακής επάρκειας.

17.4 Ποια Είναι η Χρήση των Συστημάτων Εκτίμησης του Κινδύνου Αγοράς;

Η πρώτη χρήση αναφέρεται στον υπολογισμό της κεφαλαιακής επάρκειας των πιστωτικών ιδρυμάτων και των εταιριών παροχής επενδυτικών υπηρεσιών. Σύμφωνα με τη *Τροποποίηση των οδηγιών περί κεφαλαιακής επάρκειας* του 1997 οι υπόχρεοι πρέπει να έχουν συγκεκριμένο ύψος «ιδίων κεφαλαίων» ώστε να καλύπτουν τους κινδύνους αγοράς (δηλαδή κινδύνους επιτοκίου, μετοχών, συναλλαγματικών ισοτιμιών και τιμών εμπορευμάτων). Η κεφαλαιακή αυτή επάρκεια μπορεί να υπολογίζεται με 2 διαφορετικούς τρόπους. Ο πρώτος βασίζεται σε συγκεκριμένους κανόνες υπολογισμού των προβλεπομένων κεφαλαίων για κάθε θέση και αυτός ονομάζεται **η τυποποιημένη μέθοδος** υπολογισμού της κεφαλαιακής επάρκειας. Ο δεύτερος βασίζεται στη χρήση εσωτερικών υποδειγμάτων (δηλ. *VaR* μεθοδολογία). Βάσει αυτής της δεύτερης μεθόδου προβλέπεται ότι το πιστωτικό ίδρυμα υπολογίζει το *VaR* για ορίζοντα 10 ημερών και σε

επίπεδο εμπιστοσύνης 99%. Αν το πιστωτικό ίδρυμα υπολογίζει το VaR με ορίζοντα τη μια ημέρα τότε η εκτίμηση μπορεί να αναχθεί σε περίοδο 10 ημερών πολλαπλασιάζοντας την ημερήσια εκτίμηση με τη τετραγωνική ρίζα του 10. Η κεφαλαιακή επάρκεια (CA = capital adequacy) τότε δεν μπορεί να είναι μικρότερη από το μέγιστο από τα παρακάτω 2 μεγέθη:

$$CA = \max\left(k(1/60)\sum_{i=1}^{60} VaR_{t-i}, VaR_{t-1}\right) \qquad (17)$$

Δηλαδή η κεφαλαιακή επάρκεια είναι το μεγαλύτερο από το μέσο όρο των εκτιμήσεων των τελευταίων 60 ημερών, πολλαπλασιασμένο με ένα συντελεστή κ που ισούται τουλάχιστον με 3, ή της εκτίμησης του κινδύνου της χθεσινής ημέρας. Πολλαπλασιάζουμε με το συντελεστή $\kappa=3$ διότι διαφορετικά σε επίπεδο εμπιστοσύνης 99% θα αποδεχόμασταν 1 αστοχία στις 100 με ορίζοντα τις 10 ημέρες. Δηλαδή αν δεχθούμε ότι το έτος έχει 250 εργάσιμες ημέρες θα δεχόμασταν μία πτώχευση τράπεζας ανά 4 χρόνια, γεγονός που θεωρείται απαράδεκτα υψηλό για τη σταθερότητα του πιστωτικού συστήματος.

Επιπλέον οι επιχειρήσεις μπορούν να χρησιμοποιούν τα συστήματα VaR για να δημοσιοποιούν στους μετόχους τους και γενικότερα στους επενδυτές το ύψος του αναλαμβανόμενου κινδύνου αν επενδύσουν σ'αυτές. Δηλαδή ο μέτοχος πληροφορείται ότι για συγκεκριμένο ύψος κεφαλαιοποίησης της επιχείρησης ο «μέγιστος» κίνδυνος απώλειας αξίας που αναλαμβάνουν είναι αυτός που αναφέρεται στην εκτίμηση του VaR (με συγκεκριμένη πιθανότητα σφάλματος η απώλεια να υπερβεί εκείνη που έχει εκτιμηθεί).

Η δεύτερη χρήση αναφέρεται στη άσκηση **παθητικής διαχείρισης** του χαρτοφυλακίου ενός πιστωτικού ιδρύματος. Η βασική άποψη εδώ είναι ότι ο ρόλος των ιδίων κεφαλαίων είναι να απορροφά τις ζημιές που δημιουργούνται. Συνεπώς, σε ένα αποκεντρωμένο σύστημα λήψης αποφάσεων το ερώτημα που ανακύπτει είναι πως οι συνολικά αναλαμβανόμενοι κίνδυνοι δεν υπερβαίνουν το ύψος των ιδίων κεφαλαίων. Η απάντηση βρίσκεται αν σε κάθε μονάδα λήψης αποφάσεων κατανεμηθεί ένα τμήμα των ιδίων κεφαλαίων το οποίο δεν πρέπει να ξεπεραστεί. Το ύψος των ιδίων κεφαλαίων τα οποία κατανέμονται σε κάθε δραστηριότητα εκφράζουν την πολιτική της διοίκησης όσον αφορά τη προτεραιότητα στην επέκταση κάποιων τομέων (π.χ. corporate banking) σε βάρος κάποιων άλλων (π.χ. λιανική τραπεζική). Επίσης πρέπει να σχολιασθεί το γεγονός ότι το συνολικό ύψος των κατανεμηθέντων κεφαλαίων υπερβαίνει τα ίδια κεφάλαια δεδομένης της διαφοροποίησης των κινδύνων που επιτυγχάνονται σε ένα χαρτοφυλάκιο.

Ο ορισμός ενός ύψους VaR που δεν πρέπει να υπερβεί η κάθε μονάδα λήψης αποφάσεων (π.χ. dealer) λειτουργεί επίσης και σαν αυτόματος μηχανισμός διόρθωσης του χαρτοφυλακίου σε περιπτώσεις αύξησης του κινδύνου. Αν δηλαδή έχουμε εισέλθει σε μία περίοδο νευρικότητας των αγορών με συνεπακόλουθη αύξηση των διακυμάνσεων τότε αυτόματα ο κάθε dealer θα πρέπει να μειώσει τη θέση του έτσι ώστε να παραμείνει ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου του (VaR) εντός των ορίων που έχουν θεσπισθεί.

Η τρίτη χρήση αποσκοπεί στη επιλογή χαρτοφυλακίου δηλαδή αναφέρεται στην **ενεργητική διαχείριση του χαρτοφυλακίου.** Η ενεργητική διαχείριση συνεπάγεται ότι δεν περιοριζόμαστε στη επιλογή της κατάλληλης διάρθρωσης του χαρτοφυλακίου που αντανακλά τις απόψεις μας σχετικά με το κίνδυνο αλλά ότι έχουμε άποψη για την εξέλιξη των αποδόσεων και θέλουμε να αναπτύξουμε κριτήρια λήψης αποφάσεων. Τα κριτήρια αυτά κάθε φορά μετρούν την αναμενόμενη απόδοση σε σχέση με τον αναλαμβανόμενο κίνδυνο, ο οποίος ταυτίζεται με την εκτιμώμενη συμμετοχή στο

κίνδυνο του χαρτοφυλακίου της κάθε θέσης. Το περισσότερο γνωστό κριτήριο αυτής της κατηγορίας είναι ο δείκτης *Risk Adjusted Return on Capital (RAROC)* που ορίζεται ως:

$$RAROC = \frac{kerdh - k(kefálaio)}{kefálaio} \qquad (18)$$

Στον αριθμητή χρησιμοποιούμε τα αναμενόμενα κέρδη από την επένδυση και αφαιρούμε τα διαφυγόντα κέρδη που ορίζονται σαν το γινόμενο της εναλλακτικής απόδοσης, κ, επί το κεφάλαιο που συνεισφέρουν οι μέτοχοι για τη συγκεκριμένη επένδυση *(VaR)* και στο παρανομαστή το ύψος αυτών των κεφαλαίων. Η μέθοδος αυτή είναι εξαιρετικά χρήσιμη στη περίπτωση επενδύσεων όπου τα κεφάλαια που «δεσμεύονται» δεν είναι εύκολο να υπολογισθούν, όπως συμβαίνει στη περίπτωση των παραγώγων προϊόντων όπου το κεφάλαιο δεν έχει καμία σχέση με το ύψος της ονομαστικής αξίας του συμβολαίου.

17.5 Η Βασική Δομή του Τυποποιημένου Υποδείγματος Υπολογισμού της Κεφαλαιακής Επάρκειας για Κινδύνους Αγοράς (market risks)

(Επισυνάπτεται στο Παράρτημα η σχετική Νομοθεσία)

Η τροποποίηση των οδηγιών για το καθορισμό της κεφαλαιακής επάρκειας των πιστωτικών ιδρυμάτων το 1997 ορίζει ότι επιτρέπεται ο υπολογισμός να γίνει με τη χρήση συγκεκριμένων κανόνων σε αντιπαράθεση με τη χρήση εσωτερικών υποδειγμάτων (δηλαδή συστημάτων *VaR*).

Το τυποποιημένο σύστημα (standardized approach) ορίζει 3 κατηγορίες κινδύνων αγοράς: τον κίνδυνο επιτοκίου, τον κίνδυνο μετοχών και τον συναλλαγματικό κίνδυνο. Η κεφαλαιακή επάρκεια υπολογίζεται μόνο για τις θέσεις του χαρτοφυλακίου συναλλαγών (trading book) δηλαδή τις θέσεις αυτές που έχουν αποκτηθεί με σκοπό την επαναπώληση. Αντίθετα δεν υπολογίζονται για τις θέσεις του επενδυτικού χαρτοφυλακίου (investment book) που περιλαμβάνει τις θέσεις εκείνες που αποτελούν «μόνιμη» συμμετοχή του πιστωτικού ιδρύματος. Επίσης η κεφαλαιακή επάρκεια υπολογίζεται για κάθε νόμισμα ξεχωριστά και στο τέλος προστίθενται, αφού μετατραπούν σε ευρώ, για να προκύψει η συνολική κεφαλαιακή επάρκεια.

- ***Κίνδυνος Επιτοκίου***

Κίνδυνο επιτοκίου έχουν όλοι οι τίτλοι σταθερής απόδοσης (έντοκα γραμμάτια δημοσίου, ομόλογα δημοσίου, εμπορικά γραμμάτια, πιστοποιητικά κατάθεσης, convertibles κ.λπ.). και εκφράζει το ενδεχόμενο μείωσης της τρέχουσας αξίας των τίτλων αυτών αν αυξηθούν τα επιτόκια. Ο κίνδυνος επιτοκίου διασπάται στο ειδικό κίνδυνο και το γενικό κίνδυνο. Ο <u>ειδικός κίνδυνος</u> αναφέρεται στην αύξηση των αποδόσεων που ζητά η αγορά από τους τίτλους συγκεκριμένου εκδότη σαν αποτέλεσμα χειροτέρευσης της πιστοληπτικής του αξιοπιστίας. Ουσιαστικά λοιπόν ο ειδικός κίνδυνος ταυτίζεται με το πιστωτικό, αλλά στα πλαίσια της συγκεκριμένης προσέγγισης αποτελεί τμήμα του κινδύνου αγοράς. Η προβλεπόμενη κεφαλαιακή επάρκεια για τον ειδικό κίνδυνο είναι συνάρτηση του εκδότη (π.χ. για κρατικά χρεόγραφα ο κίνδυνος αυτός θεωρείται μηδενικός και κατά συνέπεια οι θέσεις σταθμίζονται με συντελεστή ίσο με μηδέν). Αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης

υπάρχουν για άλλες κατηγορίες εκδοτών, και ανάλογα με τη διάρκεια ως τη λήξη, με μέγιστο συντελεστή το 8%. Long και Short θέσεις δεν συμψηφίζονται όταν πρόκειται για το ειδικό κίνδυνο.

Ο γενικός κίνδυνος αναφέρεται στην επίπτωση στη τρέχουσα αξία των τίτλων από γενική άνοδο των επιτοκίων. Υπάρχουν 2 δυνατότητες καταχώρησης των τίτλων (στη τρέχουσα τιμή τους), είτε με βάση τη υπολειπόμενη διάρκεια ως τη λήξη τους ή με βάση τον εκτιμηθέντα συντελεστή *modified duration* του κάθε τίτλου. Στη πρώτη περίπτωση η τρέχουσα αξία του τίτλου πολλαπλασιάζεται με ένα συντελεστή στάθμισης ο οποίος βαίνει αυξανόμενος με την υπολειπόμενη διάρκεια ως τη λήξη. Αυτό εκφράζει το γεγονός ότι όσο μεγαλύτερη είναι αυτή η διάρκεια τόσο μεγαλύτερη η ευαισθησία της τιμής σε δεδομένες μεταβολές των επιτοκίων. Επίσης προβλέπεται η δυνατότητα συμψηφισμού long και short θέσεων ανάμεσα σε συγκεκριμένες χρονικές ζώνες. Το γινόμενο σε κάθε ζώνη σταθμίζεται με διαφορετικό συντελεστή για να προκύψει η κεφαλαιακή επάρκεια. Στη δεύτερη περίπτωση η καταχώρηση των θέσεων γίνεται με βάση τον υπολογισθέντα δείκτη modified duration. Διακρίνονται τρεις ζώνες, α) έως ένα έτος, β) ένα έως 3,6 έτη και γ) άνω των 3.6 ετών. Για τον υπολογισμό της κεφαλαιακής επάρκειας η τρέχουσα αξία του τίτλου πολλαπλασιάζεται με το δείκτη του *modified duration* και το γινόμενο με μία τεκμαρτή μεταβολή του επιτοκίου για κάθε μια από τις 3 παραπάνω ζώνες (δηλαδή 1%, 0,85% & 0,70% αντίστοιχα). Η τεκμαρτή αυτή μεταβολή βαίνει μειούμενη διότι είναι γνωστό ότι όσο μεγαλύτερη η διάρκεια τόσο μικρότερη είναι η διακύμανση των επιτοκίων. Το παραπάνω αποτέλεσμα πολλαπλασιάζεται με συγκεκριμένο συντελεστή για να προκύψει η απαιτούμενη κεφαλαιακή επάρκεια. Και σε αυτή τη περίπτωση προβλέπεται η δυνατότητα συμψηφισμού long & short θέσεων ανάμεσα σε συγκεκριμένες ζώνες.

Κίνδυνος επιτοκίου υπολογίζεται και για όλες τις θέσεις σε παράγωγα ,δεδομένου ότι το επιτόκιο αποτελεί προσδιοριστικό παράγοντα στην αποτίμηση τους. Το χαρακτηριστικό των παραγώγων είναι ότι «δημιουργούν» 2 θέσεις, μια long και μια short (π.χ. προθεσμιακό συμβόλαιο συναλλάγματος που προβλέπει αγορά δολαρίου έναντι πώλησης γιέν, δημιουργεί μία long θέση σε δολάρια και μία short σε γιέν). Επίσης καταχωρείται η ονομαστική αξία του συμβολαίου σε αντιπαράθεση με τα ομόλογα όπου χρησιμοποιείται η τρέχουσα αξία τους.

- ***Κίνδυνος μετοχών***

Ο κίνδυνος μετοχών αναφέρεται στο ενδεχόμενο ζημιάς στη τρέχουσα αξία του χαρτοφυλακίου μας από μείωση της τιμής των μετοχών. Και εδώ έχουμε υπολογισμό της κεφαλαιακής επάρκειας για τον ειδικό και για το γενικό κίνδυνο. Ο ειδικός κίνδυνος αναφέρεται στο ενδεχόμενο μείωσης της τιμής σαν αποτέλεσμα γεγονότων ή πληροφοριών που σχετίζονται με τη συγκεκριμένη επιχείρηση. Στο ειδικό κίνδυνο δεν επιτρέπεται συμψηφισμός long και short θέσεων αλλά προστίθενται και οι 2 στις απόλυτες τιμές τους. Το άθροισμα τους σταθμίζεται με 4% για να προκύψει η κεφαλαιακή επάρκεια. Ο γενικός κίνδυνος αναφέρεται στο ενδεχόμενο ζημιάς σαν αποτέλεσμα γεγονότων ή πληροφοριών που αφορούν το σύνολο της κεφαλαιαγοράς. Στη περίπτωση αυτή συνεπώς προβλέπεται ο συμψηφισμός long και short θέσεων, ανά νόμισμα, και η διαφορά αυτή πολλαπλασιάζεται με 8% για να προκύψει η κεφαλαιακή επάρκεια. Επίσης προβλέπεται ο υπολογισμός κεφαλαιακής επάρκειας για παράγωγα σε μετοχές ή δείκτες μετοχών.

- ***Συναλλαγματικός κίνδυνος***

Ο συναλλαγματικός κίνδυνος αναφέρεται στο σύνολο του χαρτοφυλακίου του πιστωτικού ιδρύματος. Η διαδικασία υπολογισμού είναι η παρακάτω: για κάθε νόμισμα

ξεχωριστά υπολογίζουμε τη διαφορά απαιτήσεων από υποχρεώσεις (εντός και εκτός ισολογισμού). Αφού τις διαφορές τις μετατρέψουμε σε ευρώ χρησιμοποιώντας τις τρέχουσες ισοτιμίες, τις αθροίζουμε. Το άθροισμα αυτό καλείται η ανοικτή συναλλαγματική θέση του πιστωτικού ιδρύματος. Τελικά η κεφαλαιακή επάρκεια υπολογίζεται ως εξής:

Κεφαλαιακή επάρκεια = [ανοικτή συναλλαγματική θέση - (2%(ίδια κεφάλαια))] ΄ 10%

Συμπεραίνουμε από τα παραπάνω ότι για να υπολογιστεί η κεφαλαιακή επάρκεια θα πρέπει η ανοικτή συναλλαγματική θέση να είναι μεγαλύτερη του 2% των ιδίων κεφαλαίων.

Παράδειγμα 6:

Έστω τα ίδια κεφάλαια ενός πιστωτικού ιδρύματος είναι 1000 και ότι το καθαρό υπόλοιπο ανά νόμισμα έχει υπολογισθεί σε (τα μεγέθη είναι εκφρασμένα σε ευρώ):

USD	YEN	GBP	SWFR
50	40	-10	-50
90		-60	

Κεφαλαιακή απαίτηση = $[\,90\text{-}2\% \times 1000\,] \times 10\%$ = 7 εκ.ευρώ

Η κριτική που έχει ασκηθεί στο τυποποιημένο υπόδειγμα εστιάζεται στο γεγονός ότι οι διάφορες σταθμίσεις είναι σχετικά αυθαίρετες (αν και έχουν προκύψει από προσομοιώσεις βάσει των δεδομένων στις αρχές της δεκαετίας του ’90). Η πιο σημαντική κριτική όμως είναι ότι υπερεκτιμά το κίνδυνο δεδομένου ότι δεν αναγνωρίζει τη μείωση του κινδύνου που επιτυγχάνεται μέσω της διαφοροποίησης του χαρτοφυλακίου.

17.6 Παραρτήματα

Η σχετική νομοθεσία σχετικά με την εφαρμογή της τυποποιημένης μεθόδου στον υπολογισμό της κεφαλαιακής επάρκειας καθώς και για τη χρήση των εσωτερικών υποδειγμάτων (Value-at-Risk) περιλαμβάνει τα εξής:

1) Ν. 2396/96 (διατάξεις περί της κεφαλαιακής επάρκειας των Πιστωτικών Ιδρυμάτων)
2) ΠΔ/ΤΕ 2397/7.11.96 (αποτελεί την εφαρμογή του Ν. 2396/96) **(εσωκλείεται)**,
3) Ν. 2937/2001 (συμπλήρωση των διατάξεων του Ν. 2396/96)
4) ΠΔ/ΤΕ 2494/27.5.2002 (αποτελεί την εφαρμογή του Ν.2937/2001) **(εσωκλείεται).**

17.7 Οδηγός Βιβλιογραφίας

Σκοπός του θέματος είναι να παρουσιάσει τις σύγχρονες απόψεις όσον αφορά τη μέτρηση των κινδύνων Πιστωτικών Ιδρυμάτων και γενικότερα χρηματοπιστωτικών

οργανισμών. Η παρουσίαση γίνεται με αναφορά στα πιο διαδεδομένα συστήματα που έχουν αναπτυχθεί για τη μέτρηση των κινδύνων αγοράς και πιστωτικού (market and credit risk). Η μέτρηση του κινδύνου και ο επιμερισμός του σε διάφορες πηγές αποτελεί βασική προϋπόθεση για την ανάπτυξη στρατηγικών για την αντιμετώπιση του. Το μάθημα προϋποθέτει γνώσεις των προϊόντων της κεφαλαιαγοράς καθώς επίσης και των παραγώγων χρηματοοικονομικών προϊόντων ενώ σε τεχνικό επίπεδο αρκούν βασικές γνώσεις διαφορικού λογισμού (παράγωγοι συναρτήσεων). Βασική επιδίωξη του μαθήματος είναι να καταστήσει τους φοιτητές γνώστες τόσο του θεσμικού πλαισίου περί κεφαλαιακής επάρκειας όσο και της βασικής δομής των διαφόρων προϊόντων λογισμικού της αγοράς για τη μέτρηση και τον έλεγχο του κινδύνου.

17.7.1 Βιβλία

Crouhy, M., Galai, D. and Mark, R. (2001), “Risk Management”, McGraw-Hill (**CGM**).

Jorion, Ph. (2001), “Value at Risk” , McGraw-Hill (**PJ**).

Best, Ph. (1999), “Implementing Value at Risk”, J. Wiley & Sons.

Saunders, A. (1999), “Credit Risk Measurement”, J. Wiley & Sons (**AS1**).

Saunders, A. (2000), “Financial Institutions Management”.

McGraw Hill (**AS2**).

Dowd, K. (1998), ‘Beyond Value at Risk” J. Wiley & Sons.

Bessis, J. (1998), “Risk Management in Banking”, J.Wiley & Sons.

Butler, C. (1999), “Mastering Value at Risk” Financial Times.

Uyemura, D. and Van Deventer, D. (1993), “Financial Risk Management in Banking”, McGraw Hill.

Dembo, R., Aziz, A., Rosen, D. and Zerbs, M. (2000), “Mark to Future” Algorithmics Publications.

Risk Metrcis (1996), 4th ed., J.P.Morgan.

Credit Metrics (1997), J.P.Morgan.

17.7.2 Δομή του Μαθήματος & Βιβλιογραφία

1. Κατηγορίες κινδύνου και η πρόσφατη εμπειρία

- (**CGM)** κεφ. 1.
- **(PJ)** κεφ. 1, 2.
- Malz, A. (2000), “Financial Crises”, Riskmetrics Group.
- **(AS2)** κεφ. 7.
- Santomero, A. (1997), “Commercial Bank Risk Management: An Analysis of the Process”, The Wharton School, Working paper 95-11-C.
- Rahl, L. and Esseghaier, Z. (2000), “Measuring Financial Risk in the 21st Century”, Capital Market Risk Advisors.
- Rahl, L. and Lee, C. (2000), “Reflections on Risk Management” Business Economics, pp.20-26.

2. Η έννοια του Value-at-Risk και ο κίνδυνος αγοράς (market risk)

- ***(CGM)** κεφ. 5.
- ***(PJ)** κεφ. 5.

- Darrell, Duffie & Jun Pan (1997), “An Overview of Value at Risk”, Journal of Derivatives, vol. 4, no.2, pp. 7-49.
- Risk Management: A Practical Guide, 1999, ch. 1, RiskMetrics Group.

3. Value-at-Risk και κίνδυνος χαρτοφυλακίου

Υπολογισμός της συνεισφοράς κάθε επένδυσης στο συνολικό κίνδυνο του Χαρτοφυλακίου

- ***(CGM)** κεφ. 6.
- ***(PJ)** κεφ. 7.
- **(AS2)** κεφ. 10.
- Risk Management: A Practical Guide, 1999, ch. 1, RiskMetrics Group.

4. Μέθοδοι υπολογισμού του Value-at-Risk

Delta-Gamma approximations, Historical Simulations, Monte-Carlo Simulations Stress-testing

- ***(CGM)** κεφ. 6.
- ***(PJ)** κεφ. 9, 10, 11, 12.
- 3 VaR methodologies, 1999, Capital Market Risk Advisors.
- Mina, J. (2000), “Calculating VAR through Quadratic Approximations”, RiskMetrics Group.
- “From Risk Measurement to Risk Management with FEA VarWorks”, 2000, Financial Engineering Associates, mimeo.

5. Extreme Value Theory & Value at Risk

- Embrechts, P. (2000), “Extreme Value Theory: Potential And Limitations as an Integrated Risk Management Tool” mimeo.
- Neftci, S. (2000), “Value at Risk Calculations, Extreme Events, and Tail Estimaion” Journal of Derivatives.
- Aragones, J., Blanco, C. and Dowd, K. (2000), Extreme Value VAR, mimeo.
- Longin, F. (2000), “From Value at Risk to Stress Testing: The Extreme Value Approach”, Journal of Money Banking and Finance.

6. Έλεγχος Υποδειγμάτων (VAR) (Backtesting)

- ***(PJ)** κεφ. 6.
- Beder, T. (1995), “VAR: Seductive but Dangerous”, Financial Analyst Journal, pp. 12-24.
- Jackson, P., Maude, D. and Perraudin, W. (1997), “Bank Capital and Value at Risk”, Journal of Derivatives, vol.4, pp. 73-90.
- Kupiec, P. (1996), “ Techniques for verifying the Accuracy of Risk Measurement Models”, Journal of Derivatives, vol. 3, pp. 73-84.
- Lopez, J. (2001), “ Regulatory evaluation of Value at Risk Models”, Federal Reserve of New York, working paper.

7. Value at Risk & Διαχείριση Χαρτοφυλακίου

Δημιουργία αναφορών (reports), έλεγχος του κινδύνου με όρια VAR και ενεργητική & παθητική διαχείριση χαρτοφυλακίου.

- ***(CGM)** κεφ. 3, 14.
- ***(PJ)** κεφ, 15,16,17.
- Risk Management: A Practical Guide, 1999, ch. 4,5,6,7, RiskMetrics Group.

8. ***Το θεσμικό πλαίσιο για το καθορισμό της κεφαλαιακής επάρκειας για κινδύνους αγοράς.***

9. ***Το τυποποιημένο υπόδειγμα σε σχέση με τα εσωτερικά υποδείγματα τραπεζών***
   - ***(CGM)** κεφ. 2, 4.
   - ***(PJ)** κεφ. 3.
   - **The Amendment to the Capital Accord to Incorporate Market Risks , 1996,** Basle Committee on Banking Supervision, Bank for International Settlements.
   - **Π.Δ.Τ.Ε. 2397/96 & Νόμος 2396/96.**

17.8 Προβλήματα Πολλαπλών Επιλογών

1. Εάν η καμπύλη αποδόσεων έχει θετική κλίση, ποιες τράπεζες ευνοούνται, ceteris paribus, κερδίζοντας υψηλότερα funding profits

- **Ø** Α όσες διατηρούν αρνητικό χάσμα ανατιμολόγησης (RSL> RSA)
- **Ø** Β όσες διατηρούν θετικό χάσμα ανατιμολόγησης (RSL<RSA)
- **Ø** Γ όσες έχουν μηδενικό χάσμα ανατιμολόγησης.
- **Ø** Δ τίποτα από τα παραπάνω.

2. Στις 1/1/2003 ένα Πιστωτικό ίδρυμα δημιουργεί μία long θέση σε δολάρια ($) αγοράζοντας προθεσμιακά στις 1/4/2003 $ 1 εκ. από ένα πελάτη έναντι 854700 ευρώ με ισοτιμία 1,17 δολάρια ανά ένα € (1,17 = € / $). Στις 1/2/2003 η προθεσμιακή ισοτιμία € / $ για παράδοση 2 μηνών είναι 1.15 και το Libor 2 μηνών είναι 2% (σε ετήσια βάση εκφρασμένο). Αν ο αντισυμβαλλόμενος αδυνατούσε, στις 1/2/2003, να εκπληρώσει την υποχρέωση του, το κόστος αντικατάστασης για το πιστωτικό ίδρυμα της σύμβασης με μία νέα ισούται προς

- **Ø** Α 23.564 $
- **Ø** Β Μηδέν
- **Ø** Γ 58.674 €
- **Ø** Δ 14.812 €.

3. Έστω ότι Πιστωτικό ίδρυμα συμφωνεί να δανείσει σε πελάτη του 100000 ευρώ σε 3 μήνες από σήμερα και για διάστημα 3 μηνών (3/6 forward rate agreement). Το επιτόκιο που έχει συμφωνηθεί είναι 5%. Έστω ότι ένα μήνα μετά τη συμφωνία το Πιστωτικό ίδρυμα θέλει να υπολογίσει το κόστος αντικατάστασης της σύμβασης όταν το προθεσμιακό επιτόκιο για 3μηνο δανεισμό που θα πραγματοποιηθεί δύο μήνες αργότερα (2/5 forward rate agreement) είναι 5,5%. Έστω ότι το Libor 2 μηνών είναι 5,2% την ημερομηνία του υπολογισμού. Το κόστος αντικατάστασης της σύμβασης είναι (όλα τα επιτόκια είναι εκφρασμένα σε ετήσια βάση):

- **Ø** Α 123 €
- **Ø** Β 1.234 €
- **Ø** Γ 57 €
- **Ø** Δ μηδέν.

4. Η κεφαλαιακή επάρκεια ενός Πιστωτικού ιδρύματος θα βελτιωθεί αν:

- Ø Α μειωθεί το ενεργητικό του
- Ø Β αυξηθεί το ενεργητικό του
- Ø Γ αλλάξει η σύνθεση του ενεργητικού υπέρ των στοιχείων εκείνων για τα οποία δεν προβλέπεται κεφαλαιακή επάρκεια
- Ø Δ αλλάξει η σύνθεση του ενεργητικού υπέρ των στοιχείων εκείνων για τα οποία προβλέπεται κεφαλαιακή επάρκεια.

5. Η αξία σε κίνδυνο (Value-at-Risk) ενός χαρτοφυλακίου θα είναι μεγαλύτερη όσο:

- Ø Α μικρότερη είναι η διακύμανση των αποδόσεων των επενδύσεων από τα οποία απαρτίζεται το χαρτοφυλάκιο
- Ø Β μεγαλύτερη είναι η συσχέτιση ανάμεσα στις αποδόσεις των επενδύσεων από τα οποία απαρτίζεται το χαρτοφυλάκιο
- Ø Γ μικρότερη είναι η συσχέτιση ανάμεσα στις αποδόσεις των επενδύσεων από τα οποία απαρτίζεται το χαρτοφυλάκιο
- Ø Δ κανένα από τα παραπάνω.

6. Έστω πιστωτικό ίδρυμα έχει απαιτήσεις από πιστωτικές κάρτες 100 εκ ευρώ. Η μέση πιθανότητα να μην εισπράξει τις απαιτήσεις της είναι 8% ενώ με πιθανότητα σφάλματος 5% η μέγιστη πιθανότητα αδυναμίας είσπραξης φθάνει το 16%. Σε περίπτωση αδυναμίας είσπραξης το πιστωτικό ίδρυμα θα απολέσει κατά μέσο όρο το 85% των απαιτήσεων του (το υπόλοιπο 15% το εισπράττει μέσω εγγυήσεων, ασφάλισης των απαιτήσεων κ.λπ.). Με τα δεδομένα αυτά:

- Ø Α Η αναμενόμενη απώλεια ισούται 8 εκ. ευρώ και η μέγιστη σε 16 εκ. ευρώ
- Ø Β Η αναμενόμενη απώλεια ισούται 1,5 εκ. ευρώ και η μέγιστη σε 3,5 εκ. ευρώ
- Ø Γ Η αναμενόμενη απώλεια ισούται 6,8 εκ. ευρώ και η μέγιστη σε 13,2 εκ. ευρώ
- Ø Δ Η αναμενόμενη απώλεια ισούται 6,8 εκ. ευρώ και η μέγιστη σε 13,6 εκ. ευρώ.

7. Η τιτλοποίηση απαιτήσεων βοηθά στη:

- Ø Α καλύτερη διαχείριση του πιστωτικού κινδύνου
- Ø Β αύξηση των αποδόσεων του χαρτοφυλακίου
- Ø Γ μείωση του ενεργητικού
- Ø Δ όλα τα παραπάνω.

8. Βάσει της ισχύουσας νομοθεσίας για τη κεφαλαιακή επάρκεια των πιστωτικών ιδρυμάτων και εταιριών παροχής επενδυτικών υπηρεσιών, τα εξω-λογιστικά στοιχεία

- **Ø** Α δεν περιλαμβάνονται στις απαιτήσεις για κεφαλαιακή επάρκεια
- **Ø** Β περιλαμβάνονται στις απαιτήσεις και οι υπολογισμοί γίνονται όπως και για τα στοιχεία εντός ισολογισμού
- **Ø** Γ περιλαμβάνονται στις απαιτήσεις και οι υπολογισμοί γίνονται στη βάση του πιστωτικού τους ισοδυνάμου με τα στοιχεία εντός ισολογισμού
- **Ø** Δ περιλαμβάνονται στις απαιτήσεις και οι υπολογισμοί γίνονται βάσει της ονομαστικής αξίας των στοιχείων αυτών.

9. Έστω ότι δανειζόμαστε μέσω πώλησης χρεογράφων και συμφωνίας επαναγοράς τους σε μελλοντική χρονική στιγμή. Ο κίνδυνος αντισυμβαλλόμενου από αυτή της σύμβαση θα αυξηθεί αν:

- **Ø** Α αυξηθούν τα επιτόκια της χρηματαγοράς
- **Ø** Β μειωθούν τα επιτόκια της χρηματαγοράς
- **Ø** Γ αυξηθεί η αξία των χρεογράφων που πωλήθηκαν
- **Ø** Δ μειωθεί η αξία των χρεογράφων που πωλήθηκαν.

10. Ένα πιστωτικό ίδρυμα αποφασίζει να συγχωνεύσει μια εταιρία επενδύσεων χαρτοφυλακίου. Η κίνηση αυτή θα βελτιώσει τη κεφαλαιακή επάρκεια του πιστωτικού ιδρύματος διότι:

- **Ø** Α η εταιρία επενδύσεων έχει υψηλά ίδια κεφάλαια
- **Ø** Β η εταιρία επενδύσεων έχει μικρό ύψος ιδίων κεφαλαίων
- **Ø** Γ η εταιρία επενδύσεων έχει υψηλότερο λόγο ιδίων κεφαλαίων προς ενεργητικό από τη τράπεζα
- **Ø** Δ η εταιρία επενδύσεων έχει χαμηλότερο λόγο ιδίων κεφαλαίων προς ενεργητικό από τη τράπεζα.

11. Έστω χαρτοφυλάκιο τρέχουσας αξίας 1 εκ. € που απαρτίζεται από δύο θέσεις την Α με συμμετοχή 30% και τη Β με συμμετοχή 70%. Οι τυπικές αποκλίσεις τετραγώνου των αποδόσεων των θέσεων Α και Β είναι 25% και 26% αντίστοιχα και ο συντελεστής συσχέτισης 0.70. Η αξία σε κίνδυνο του χαρτοφυλακίου, σε επίπεδο εμπιστοσύνης 95% (1.645 $\times$ τυπική απόκλιση, απόσταση από το μέσο της κανονικής κατανομής) είναι:

- **Ø** Α 443.751€
- **Ø** Β 395.651 €
- **Ø** Γ 367.753 €
- **Ø** Δ 343.825 €.

12. Στο παραπάνω πρόβλημα αν αυξηθεί η επένδυση στη θέση Α κατά 10000 ε τότε ο κίνδυνος του χαρτοφυλακίου θα αυξηθεί κατά:

- **Ø** Α 4.072,34 €
- **Ø** Β 2.976,83 €
- **Ø** Γ 3.459,96 €
- **Ø** Δ 3.756,38 €.

13. Στο πρόβλημα 28 η ποσοστιαία συμμετοχή της επένδυσης Β στο κίνδυνο του χαρτοφυλακίου υπολογίζεται σε:

- **Ø** Α 70%
- **Ø** Β 73%
- **Ø** Γ 76%
- **Ø** Δ 79%.

14. Ένα χαρτοφυλάκιο ομολόγων έχει αξία 10 εκ. €. Τα επιτόκια σήμερα είναι στο επίπεδο του 10% και το modified Duration του χαρτοφυλακίου είναι 3.79. Υπάρχει εκτίμηση ότι με πιθανότητα 5% τα επιτόκια θα ανέβουν σε επίπεδα μεγαλύτερα του 11,2% στο τέλος του χρόνου. Αν πραγματοποιηθεί αυτή η εκτίμηση τότε το Value at Risk του χαρτοφυλακίου εκτιμάται σε:

- **Ø** Α 410.240 €
- **Ø** Β 454.800 €
- **Ø** Γ 483.760 €
- **Ø** Δ 4.956.540 €.

15. Η εκτίμηση του Value-at-Risk δικαιώματος βάσει του συντελεστή delta:

- **Ø** Α υποεκτιμά το κίνδυνο
- **Ø** Β υπερεκτιμά το κίνδυνο
- **Ø** Γ εκτιμά σωστά το κίνδυνο
- **Ø** Δ η σωστή απάντηση εξαρτάται από τη διακύμανση της τιμής του υποκείμενου μέσου.

16. Η υπόθεση ότι οι αποδόσεις κατανέμονται βάσει της κανονικής κατανομής, οδηγεί σε εκτίμηση του VaR που:

- **Ø** Α υπερεκτιμά το κίνδυνο
- **Ø** Β υποεκτιμά το κίνδυνο
- **Ø** Γ εκτιμά σωστά το κίνδυνο
- **Ø** Δ η σωστή απάντηση εξαρτάται από τη συχνότητα (frequency) των παρατηρήσεων για τις αποδόσεις.

17. Η χρήση υψηλού επιπέδου εμπιστοσύνης στον υπολογισμό του VaR ενδείκνυται όταν:

- **Ø** Α στόχος είναι ο προσδιορισμός της κεφαλαιακής επάρκειας
- **Ø** Β στόχος είναι η εκτίμηση του κινδύνου
- **Ø** Γ στόχος είναι η αξιολόγηση του συστήματος εκτίμησης ζημιών
- **Ø** Δ όλα τα παραπάνω.

18. Η θέση της επιτροπής της Βασιλείας ότι πάνω από τέσσερις «αστοχίες» του συστήματος εκτίμησης των ζημιών οδηγεί σε «τιμωρία» του χρήστη, έχει υποστεί κριτική διότι:

- **Ø** Α η πιθανότητα υιοθέτησης ενός λανθασμένου συστήματος είναι πολύ υψηλή
- **Ø** Β η πιθανότητα απόρριψης ενός σωστού συστήματος είναι πολύ υψηλή
- **Ø** Γ η πιθανότητα απόρριψης ενός λανθασμένου συστήματος είναι πολύ μικρή
- **Ø** Δ όλα τα παραπάνω.

19. Η τρέχουσα αξία μίας απαίτησης θα μειωθεί:

- **Ø** Α όσο μεγαλύτερο είναι το spread των αποδόσεων των εταιρικών ομολόγων σε σχέση με τα κρατικά
- **Ø** Β όσο μεγαλύτερη είναι η πιθανότητα μετάβασης της επιχείρησης σε βάρος της οποίας υπάρχει η απαίτηση σε χαμηλότερο βαθμό πιστοληπτικής αξιοπιστίας
- **Ø** Γ όσο μικρότερη η εξασφάλιση σε περίπτωση πτώχευσης
- **Ø** Δ όλα τα παραπάνω.

20. Ενδεχόμενη ζημιά από μία απαίτηση θα είναι τόσο μεγαλύτερη όσο:

- **Ø** Α μεγαλύτερη η διακύμανση της τρέχουσας αξίας του ενεργητικού της εταιρίας σε βάρος της οποίας υπάρχουν οι απαιτήσεις
- **Ø** Β όσο μεγαλύτερο το χρονικό διάστημα για την ικανοποίηση των απαιτήσεων
- **Ø** Γ μεγαλύτερο το implied volatility όπως προκύπτει από τα δικαιώματα στις μετοχές της εταιρίας σε βάρος της οποίας υπάρχουν οι απαιτήσεις
- **Ø** Δ όλα τα παραπάνω.

21. Η αξιολόγηση των θέσεων ενός χαρτοφυλακίου γίνεται βάσει:

- **Ø** Α των αποδόσεων προς τη τρέχουσα αξία των θέσεων
- **Ø** Β των αποδόσεων προς την ονομαστική αξία των θέσεων
- **Ø** Γ των αποδόσεων προς τη δέσμευση «ιδίων» κεφαλαίων που συνεπάγονται οι θέσεις
- **Ø** Δ των πραγματοποιηθέντων αποδόσεων.

ΣΩΣΤΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΕΣ ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ

1. Α
2. Δ
3. Δ
4. Γ
5. Β
6. Δ
7. Α
8. Γ
9. Γ
10. Γ
11. Β
12. Γ
13. Β
14. Β
15. Β
16. Β
17. Α
18. Β
19. Δ
20. Δ
21. Γ